Prof. Dr. Alfred Toth

Initiale, terminale semiotische Objekte und Nullsemiosen

1. Da die Potenzmenge der Menge der Primzeichen P = {1, 2, 3} (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$\wp(P) = \{(1), (2), (3), (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 2, 3), \emptyset\}$

das "Nullzeichen" Ø enthält (vgl. Toth 2006, S. 15), kann dieses natürlich alle drei semiotischen Kategorialzahlen (vgl. Bense 1975, S. 65 f. zum Unterschied von Kategorial- und Relationalzahlen) und wegen der kategorial-relationalen Oszillation von Subzeichen (vgl. Toth 2012) auch die entsprechenden Semiosen, d.h.

$(2) = (1 \rightarrow 2)$

$(3) = (2 \rightarrow 3)$

wie folgt ersetzen

$R_1^3 = (\emptyset \rightarrow ((\emptyset \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_2^3 = (1 \rightarrow (\emptyset \rightarrow (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 3)))$

$R_3^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow \emptyset))$.

Da das Zeichen ja nach Bense (1979, S. 53) als "verschachtelte Relation über Relationen", d.h. als

$ZR_r^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

definiert ist, werden also bei den Ersetzungen jeweils sämtliche Instanzen der jeweiligen Kategorie bzw. Relation ersetzt.

2. Wie man leicht einsieht, stellt gegenüber $(2) = (1 \rightarrow 2)$ und $(3) = (2 \rightarrow 3)$

$(1) = (1 \rightarrow 1)$

eine konstante oder, wie Bense sagte, "Nullsemiose" dar. Sie inhäriert also der kategorial-relationalen Gleichung (2) = (1 → 2), insofern, als (1) das Domänen-Element von (2) ist. Es fragt sich also, wie es um die Codomänen-Elemente bestellt ist. Da man theoretisch auch Relationstypen wie folgenden

$R_4^3 = (\emptyset \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_5^3 = (1 \rightarrow ((\emptyset \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_6^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (\emptyset \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_7^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow \emptyset) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_8^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 3)))$

konstruieren kann, bei denen also nur Ersetzung eines kategorialen Objektes bzw. eines relationalen Morphismus in der eingebetteten oder in der einbettenden, nicht jedoch in mehr als einer Partialrelation vorgenommen ist, stellt offenbar das Nullzeichen Ø das "inhärente Komplement" (iK) von allen drei Kategorien und Abbildungen dar:

$iK(1) = ik(1 \rightarrow 1) = \emptyset$

$iK(2) = ik(1 \rightarrow 2) = \emptyset$

$iK(3) = ik(2 \rightarrow 3) = \emptyset$,

d.h. das inhärente Komplement "konkurriert" mit den nun als adhärenten zu bezeichnenden "gewöhnlichen" Komplementen:

$K(1) = K(1 \rightarrow 1) = ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$

$K(2) = K(1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

$K(3) = K(2 \rightarrow 3) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$.

Ferner tritt Ø offenbar sowohl als initiales wie als terminales Objekt der semiosischen Abbildungen auf, d.h. es ist zu unterscheiden zwischen den folgenden Basis-Fällen

$K(1) = K(\emptyset \rightarrow 1) = ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$

$K(1) = K(1 \rightarrow \emptyset) = ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$

$K(2) = K(\emptyset \rightarrow 2) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

$K(2) = K(1 \rightarrow \emptyset) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

$K(3) = K(\emptyset \rightarrow 3) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$

$K(3) = K(2 \rightarrow \emptyset) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$.

Beweis: Gemäß Voraussetzung ist Ø iK jeder Kategorie und Relation.

3. Bei semiotischen Kategorien und Relation bzw. Objekten und Morphismen gibt es also zwei Typen von Komplementen: iK und K, ferner tritt das Nullzeichen Ø sowohl als initiales wie als terminales Objekt auf. Daraus folgt nun, daß wegen der Oszilaltion Ø nicht nur den Abbildungen, sondern auch den Objekten inhäriert, und dies ist deswegen möglich, weil es sich hier ja um eine nullheitliche Relation (und somit um ein Objekt) handelt. Wenn Bense (1975, S. 65) also zwischen Kategorialzahl k und Relationalzahl r bei semiotischen Relationen unterschied, dann gilt für das leere Zeichen bzw. die Nullheit $r(\emptyset) = 0$, aber für Erst-, Zweit- und Drittheit gilt jeweils $r(1) = 1$, $r(2) = 2$, $r(3) = 3$. Für Ø ist somit $k > r$, und dies ist nichts anderes als die formale Definition unserer "Inhärenz".

Das bedeutet nun aber, daß wir neben den bereits bekannten Fällen

$(2)^{\rho} = (1 \rightarrow 2)$

$(3)^{\rho} = (2 \rightarrow 3)$

(sowie dem trivialen Fall $(1) \rightarrow (1 \rightarrow 1)$)

auch noch die folgenden Fälle unterscheiden müssen:

$(2)^{\lambda} = (1 \rightarrow 2)$

$(3)^{\lambda} = (2 \rightarrow 3)$,

d.h. also, sämtliche Kategorien und nicht nur die nullheitliche, können sowohl als initiale als auch als terminale Objekte bei semiosischen Morphismen auftreten. Aus dem oben Gesagten folgt also für semiotische Objekte:

$(b)^{\rho} \in COD(a \rightarrow b)$

$(b)^{\lambda} \in DOM(a \rightarrow b)$ mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$.

Der Unterschied beider Beziehungen verdankt sich somit der Tatsache, daß (b) in $(b)^{\rho} \in COD(a \rightarrow b)$ Relationalzahl und in $(b)^{\lambda} \in DOM(a \rightarrow b)$ Kategorialzahl ist!

Konkret haben wir also für alle $x \in \{1, 2, 3)$ zu unterscheiden zwischen x als terminales Objekt (Relationalzahl), als initiales Objekt (Kategorialzahl) und als Morphismus (Semiose), d.h. zwischen $(x)^{\lambda}$, $(x)^{\rho}$ und $(y \rightarrow x)$.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Komplementäre Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

16.3.2012